UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

EMB5014 - Séries e Equações Diferenciais

Prof. Diogo Lôndero da Silva

SEMESTRE 2015/1

Lista 03

1. Resolva as equações transformando-as em equações diferenciais separáveis através das seguintes substituições:

$$\frac{y}{x} = v(x) \qquad \frac{dy}{dx} = v + x\frac{dv}{dx}$$

após resolver na variável *v* retorne para as variáveis originais.

a) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2}$

b) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + 3y^2}{2xy}$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{4y - 3x}{2x - y}$

[Boyce, W., Oitava edição, Seção 2.2]

2. Determine se cada uma das seguintes equações diferenciais é exata. Para as exatas encontre a solução:

a) $(2x+3) + (2y-2)y'=0$

b) $(2x+4y) + (2x-2y)y'=0$

c) $(3x^2-2xy+2)dx + (6y^2-x^2+3)dy=0$

d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax + by}{bx + cy}$

e) $\frac{dy}{dx} = -\frac{ax - by}{bx - cy}$

[Boyce, W., Oitava edição, Seção 2.6]

3. Mostre que as equações abaixo não são exatas, mas tornam-se exatas se forem multiplicadas por um fator integrante. Depois resolva as equações.

a) $x^2y^3 + x(1+y^2)y'=0$ (dica: antes de iniciar divida toda a equação por x)

b) $ydx + (2x-ye^y)dy=0$

c) $(x+2)\text{sen}(y)dx + x\cos(y)dy = 0$

d) $(3x^2y+2xy+y^3)dx+(x^2+y^2)dy=0$

e) $y' = e^{2x} + y - 1$

f) $dx + (x/y - \text{sen}y)dy = 0$

[Boyce, W., Oitava edição, Seção 2.6]

4. Um tanque empregado em um certo experimento contém 200 litros de uma solução de tinta com concentração de 1 g/l. Para preparar para o próximo experimento, o tanque tem que ser lavado com água fresca entrando a uma taxa de 2 litros por minuto, a solução é bem misturada saindo à mesma taxa de entrada. Encontre o tempo necessário para que a concentração de tinta no tanque atinja 1% do valor original (460,5 min).

5. Suponha que é investida uma quantia S_0 a uma taxa de rendimento anual r composto continuamente.
   a) Encontre o tempo T necessário, em função de r, para a quantia original dobrar de valor (ln(2)/r anos).
   b) Determine T se r =7% (9,9 anos).

6. Um jovem, sem capital inicial, investe k reais por ano a uma taxa anual de rendimento r. Suponha que os investimentos são feitos continuamente e que o rendimento é composto continuamente.
   a) Determine a quantia S(t) acumulada em qualquer instante ($k(e^{rt}-1)/r$).
   b) Se r=7,5%, determine k de modo que esteja disponível R$ 1 milhão para a aposentadoria após 40 anos (k=R$3.930,00/ano).
   c) Se k =R$ 2000/ano, determine a taxa de rendimento r para se ter R$ 1 milhão após 40 anos (9,77%).

7. Considere uma caixa isolada termicamente (um edifício, talvez) com temperatura interna *u*(t). De acordo com a lei de resfriamento de Newton, *u* satisfaz a equação diferencial

$$\frac{du}{dt} = -k\left[u - T(t)\right]$$

Onde T(t) é a temperatura ambiente (externa). Suponha que *T*(t) varia senoidalmente, por exemplo, suponha que $T(t) = T_0 + T_1\cos(\omega t)$

a) Resolva a equação diferencial e expresse *u*(t) em função de t, k, T_0, T_1 e ω. Observe que parte da sua solução tende a zero quando *t* trona-se muito grande; essa é chamada de parte transiente. A parte restante da solução é chamada de estado estacionário. Denote-a por *S*(t). [$u(t)=ce^{-rt}+T_0+kT_1(k\cos wt+w\,\text{sen}\,wt)/(k^2+w^2)$]

b) Suponha que t é medido em horas e que $\omega=\pi/12$, correspondente a um período de 24 horas para T(t). Além disso, suponha que T_0 = 60 °F e T_1=15 °F e k=0,2/h. Desenhe os gráficos de S(t) e T(t) em função do tempo em um mesmo gráfico. A partir do gráfico estime a amplitude R da parte oscilatória de S(t). Além disso, estime a defasagem de tempo entre os máximos correspondente de T(t) e de S(t). [R=9,11 °F τ=3,51 h]

Atualizado em: 07/04/2015.
Professor Diogo Lôndero da Silva.