UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

EMB5014 - Séries e Equações Diferenciais

Prof. Diogo Lôndero da Silva

Lista 04

1. Encontre a solução geral das seguintes equações diferenciais de segunda ordem:

   a) $y''+2y'-3y=0$

   b) $y''+3y'+2y=0$

   c) $6y''-y'-y=0$

   d) $2y''-3y'+y=0$

   e) $y''-2y'+2y=0$

   f) $y''+y'+1{,}25y=0$

   g) $9y''+9y'-4y=0$

   [Boyce, W., Oitava edição, Seção 3.1 e 3.4]

2. Identifique se as soluções dadas atendem as seguintes equações diferenciais e se a combinação linear delas pode ser empregada para formar a solução geral. Obs: Quando a divisão y_1/y_2 não gerar uma constante, y_1 e y_2 são linearmente independentes.).

   a) $y''+4y=0$; $y_1(t) = \cos(2t)$, $y_2(t) = \text{sen}(2t)$

   b) $y''-2y'+y=0$; $y_1(t) = e^t$, $y_2(t) = te^t$

   c) $x^2y''- x(x+2)y' + (x+2)y=0$; $x>0$; $y_1(t) = x$, $y_2(t) = xe^x$

   [Boyce, W., Oitava edição, Seção 3.2]

3. Resolva os seguintes problemas de valor inicial

   a) $2y''+5y'+3y = 0$; $y(0)=3$, $y'(0)=-4$

   b) $y''+3y=0$; $y(0)=1$, $y'(0)=3$

   c) $9y''+12y'+4y=0$; $y(0)=1$, $y'(0)=0$

   d) $2y''+y'-y=0$; $y(0)=3$, $y'(0)=3$

   [Stewart, J., Volume 2, Sétima edição, Seção 17.1]

4. Uma mola presa a uma massa de 2 kg tem uma constante de amortecimento de 14 [kg/s]. Uma força de 6 N é necessária para manter a mola esticada 0,5 m além do seu comprimento natural. A massa, conectada ao sistema, é então 1 m além do seu ponto de repouso e então é solta com velocidade zero. Determine a equação que descreve o movimento da massa a cada instante de tempo, classifique o tipo de amortecimento e faça um gráfico da posição em relação ao tempo.

5. Em geral as equações de segunda ordem não podem ser resolvidas por métodos projetados para equações de primeira ordem. No entanto, existem dois tipos de equações de segunda ordem que podem ser transformados em equações de primeira ordem por uma mudança de variável apropriada. São as **a) Equações Sem a Variável Dependente** e as **b) Equações Sem a Variável Independente**.

(a) Para uma equação diferencial de segunda ordem da forma $y'' = f(x; y')$, a substituição $v = y'$e $v'= y''$ leva a uma equação de primeira ordem da forma $v' = f(x; v)$. Use essa substituição para resolver as equações dadas.

i. $x^2y'' + 2xy' - 1 = 0$, com $x > 0$.

ii. $y'' + x(y')^2 = 0$.

iii. $xy'' + y' = 1$, com $x > 0$.

(b) Para uma equações diferencial de segunda ordem da forma $y'' = f(y; y')$, ao definirmos $v = y'$, obtemos $v' = f(y; v)$. Como a expressão do lado direito depende de y e v, em vez de x e v, essa equação contém variáveis demais. No entanto, se pensarmos em y como sendo a variável independente, pela regra da cadeia, temos $dv/dx = (dv/dy)(dy/dx) = v(dv/dy)$. Portanto, a equação diferencial original pode ser escrita como $v(dv/dy) = f(y; v)$. Se essa equação de primeira ordem puder ser resolvida, obtemos v como função de y. Então podemos obter uma relação entre y e x resolvendo $dy/dx = v(y)$, que é uma equação separável. Use essa substituição para resolver as equações dadas. (Esse recurso foi usado na determinação da velocidade de escape)

i. $yy'' + (y')^2 = 0$.

ii. $y'' + y = 0$.

iii. $y'' + (y')^2 = 2e^{-y}$.

6 - Considere que o sistema de suspensão vertical de um pequeno carro esportivo pode ser aproximado por um único sistema massa mola amortecido. A massa do automóvel é 1361 kg. A deformação da mola devido ao peso do automóvel é 0.05 m. Calcule a constante R do amortecedor para que o sistema apresente amortecimento crítico. Se for adicionada uma carga de 290 kg no automóvel do seu projeto, o que acontece com a resposta do sistema?

Atualizado em: 24/04/2019.
Professor Diogo Lôndero da Silva.