



Lista 10

Secção 6.1

5. Encontre a transformada de Laplace de cada uma das funções a seguir:
- (a) t
 - (b) t^2
 - (c) t^n , onde n é um inteiro positivo.

Secção 6.2

Problemas

Nos problemas de 1 a 10, encontre a transformada de Laplace inversa da função dada.

1. $\frac{3}{s^2 + 4}$

2. $\frac{4}{(s - 1)^3}$

3. $\frac{2}{s^2 + 3s - 4}$

4. $\frac{3s}{s^2 - s - 6}$

5. $\frac{2s + 2}{s^2 + 2s + 5}$

Nos problemas de 11 a 23, use a transformada de Laplace para resolver o problema de valor inicial dado.

11. $y'' - y' - 6y = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$
12. $y'' + 3y' + 2y = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$
13. $y'' - 2y' + 2y = 0$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$
14. $y'' - 4y' + 4y = 0$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$
15. $y'' - 2y' + 4y = 0$; $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$
16. $y'' + 2y' + 5y = 0$; $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$

Obs: Resposta do exercício 15 esta errada no livro.

Secção 6.3

Problemas

Nos problemas de 1 a 6, esboce o gráfico da função dada no intervalo $t \geq 0$.

1. $u_1(t) + 2u_3(t) - 6u_4(t)$
2. $(t - 3)u_2(t) - (t - 2)u_3(t)$
3. $f(t - \pi)u_\pi(t)$, onde $f(t) = t^2$
4. $f(t - 3)u_3(t)$, onde $f(t) = \sin t$
5. $f(t - 1)u_2(t)$, onde $f(t) = 2t$
6. $(t - 1)u_1(t) - 2(t - 2)u_2(t) + (t - 3)u_3(t)$

Nos problemas de 7 a 12, encontre a transformada de Laplace da função dada.

7. $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 2 \\ (t - 2)^2, & t \geq 2 \end{cases}$
8. $f(t) = \begin{cases} 0, & t < 1 \\ t^2 - 2t + 2, & t \geq 1 \end{cases}$
9. $f(t) = \begin{cases} 0, & t < \pi \\ t - \pi, & \pi \leq t < 2\pi \\ 0, & t \geq 2\pi \end{cases}$
10. $f(t) = u_1(t) + 2u_3(t) - 6u_4(t)$

Nos problemas de 13 a 18, encontre a transformada de Laplace inversa da função dada.

$$13. F(s) = \frac{3!}{(s-2)^4}$$

$$14. F(s) = \frac{e^{-2s}}{s^2 + s - 2}$$

$$15. F(s) = \frac{2(s-1)e^{-2s}}{s^2 - 2s + 2}$$

$$16. F(s) = \frac{2e^{-2s}}{s^2 - 4}$$

$$17. F(s) = \frac{(s-2)e^{-s}}{s^2 - 4s + 3}$$

Seccão 6.4

Problemas

Nos problemas de 1 a 13, encontre a solução do problema de valor inicial dado. Desenhe os gráficos da solução e do termo não-homogêneo; explique a relação entre eles.

$$\begin{aligned} 1. \quad y'' + y &= f(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1; \\ f(t) &= \begin{cases} 1, & 0 \leq t < \pi/2 \\ 0, & \pi/2 \leq t < \infty \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad y'' + 2y' + 2y &= h(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1; \\ h(t) &= \begin{cases} 1, & \pi \leq t < 2\pi \\ 0, & 0 \leq t < \pi \text{ e } t \geq 2\pi \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad y'' + 4y &= \sin t - u_{2\pi}(t) \sin(t - 2\pi); \\ y(0) &= 0, \quad y'(0) = 0 \end{aligned}$$

Seccão 6.5

Problemas

Nos problemas de 1 a 12, encontre a solução do problema de valor inicial dado e desenhe seu gráfico.

$$1. \quad y'' + 2y' + 2y = \delta(t - \pi); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

$$2. \quad y'' + 4y = \delta(t - \pi) - \delta(t - 2\pi); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$3. \quad y'' + 3y' + 2y = \delta(t - 5) + u_{10}(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1/2$$

-  4. $y'' - y = -20\delta(t - 3); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$
 5. $y'' + 2y' + 3y = \sin t + \delta(t - 3\pi); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$
 6. $y'' + 4y = \delta(t - 4\pi); \quad y(0) = 1/2, \quad y'(0) = 0$
 7. $y'' + y = \delta(t - 2\pi) \cos t; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$
 8. $y'' + 4y = 2\delta(t - \pi/4); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$
 9. $y'' + y = u_{\pi/2}(t) + 3\delta(t - 3\pi/2) - u_{2\pi}(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$

Seccão 6.6

Nos problemas de 4 a 7, encontre a transformada de Laplace da função dada.

$$4. \quad f(t) = \int_0^t (t - \tau)^2 \cos 2\tau \, d\tau$$

$$5. \quad f(t) = \int_0^t e^{-(t-\tau)} \sin \tau \, d\tau$$

$$6. \quad f(t) = \int_0^t (t - \tau)e^{\tau} \, d\tau$$

Nos problemas de 13 a 20, expresse a solução do problema de valor inicial dado em função de uma convolução.

$$13. \quad y'' + \omega^2 y = g(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1$$

$$14. \quad y'' + 2y' + 2y = \sin \alpha t; \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$15. \quad 4y'' + 4y' + 17y = g(t); \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0$$

$$16. \quad y'' + y' + \frac{5}{4}y = 1 - u_{\pi}(t); \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1$$

$$17. \quad y'' + 4y' + 4y = g(t); \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = -3$$

$$18. \quad y'' + 3y' + 2y = \cos \alpha t; \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0$$

Obs: Todos os exercícios foram extraídos [Boyce, W.E., DiPrima, R.C., Equações diferenciais elementares e problemas de valores de contorno, 8ª ed.]

Atualizado em: 02/05/2016.
Professor Diogo Lôndero da Silva.