UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA

EMB5014 - Séries e Equações Diferenciais

Prof. Diogo Lôndero da Silva

SEMESTRE 2015/1

Lista 05

1. Encontre a solução dos seguintes problemas de valor inicial e elabore gráficos das mesmas:

   a) $y''+y'-2y=2t$; $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$

   b) $y''+4y=t^2+3e^t$ $y(0) = 0$, $y'(0) = 2$

   c) $y''-2y'+y=te^t+4$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$

   d) $y''-2y'-3y=3te^{2t}$; $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$

   e) $y''+4y=3\operatorname{sen}(2t)$; $y(0) = 2$, $y'(0) = -1$

   [Boyce, W., Oitava edição, Seção 3.6]

2. Use um sistema de álgebra computacional para encontrar uma solução particular das seguintes equações diferenciais;

   a) $y''+3y'=2t^4+t^2e^{-3t}+\operatorname{sen}(3t)$;

   [Boyce, W., Oitava edição, Seção 3.6]

3. Empregue o método da variação de parâmetros para resolver as seguintes EDOs.

   a) $y''-5y'+6y = 2e^t$;

   b) $y''-y'-2y = 2e^{-t}$;

   c) $y''+2y'+y = 3e^{-t}$;

   d) $y''+9y = 9\sec^2(3t)$; $0 < t < \pi/6$

   e) $4y''+ y=2\sec(t/2)$; $-\pi < t < \pi$

   [Boyce, W., Oitava edição, Seção 3.7]

4. Suponha que uma massa *m* esteja suspensa por uma mola com constante k em um sistema massa mola amortecido. Assumindo que a constante de amortecimento seja tão pequena que possa ser desprezada e que uma força externa $F(t)=F_0.\cos(\omega_0 t)$ atue sobre esta massa. Demonstre que a posição da massa em função do tempo será determinada por:

$$x(t)=c_1\cos(\omega t)+c_2 sen(\omega t)+\frac{F_0}{m(\omega^2-\omega_0^2)}\cos(\omega_0 t)$$

Onde $\omega_0 \neq \omega = \sqrt{k/m}$

[Stewart, J., Volume 2, Sétima edição, Seção 17.3]

5. Uma massa *m* de peso *W* está suspensa por uma haste de comprimento *l*. Queremos determinar o ângulo θ, medido a partir da linha vertical, como uma função do tempo *t* (consideramos θ > 0 à direita de OP, e θ < 0 à esquerda de OP). Lembre-se que um arco *s* de um círculo de raio *l* está relacionado com o ângulo central θ através da fórmula *s* = *l*θ. Logo, a aceleração angular é

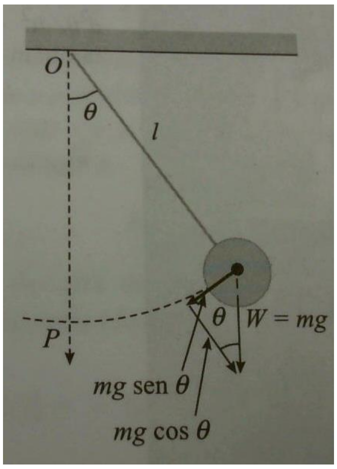
$$a=\frac{d^2s}{dt^2}=l\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Pela segunda lei de Newton temos

$$F=ma=ml\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Na figura abaixo vemos que a componente tangencial da força devida ao peso *W* é *mg*.senθ. Igualando as duas diferentes formulações da força tangencial, obtemos:

$$ml\frac{d^2\theta}{dt^2}=-mg\cdot sen\theta$$



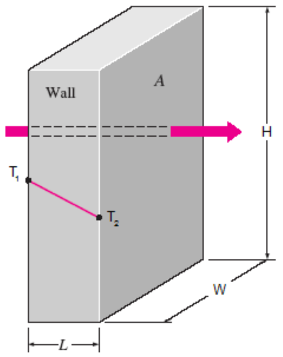
Devido à presença do termo senθ a equação acima é não linear. No entanto, para ângulos pequenos é possível empregar a simplificação $\text{sen}\theta \cong \theta$, que resulta em:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

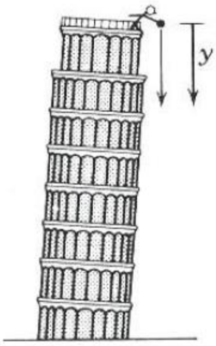
Resolva a equação diferencial acima considerando $\theta(0) = \theta_o$ e $\theta'(0) = \omega_o$.

6. Resolva a EDO, que representa a equação da difusão de calor como termo fonte, para encontrar o perfil de temperatura ao longo de um objeto sujeito a temperaturas constantes nas extremidades e dissipação de calor no seu interior (termo fonte). O objeto tem apenas o comprimento (L) como dimensão relevante. Considere que o comprimento do objeto é L = 1 m, termo fonte é igual a 2 W, a condutividade térmica (k) 1 $W/(m^2K)$ e que $T_1(0)= 5^oC$ e $T_2(1)=10^oC$. Faça um gráfico da sua solução e mostre o que acontece quando o termo fonte (q) é zero, ou seja, não há dissipação de calor no interior do objeto.

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{\dot{q}}{k} = 0$$



7. Resolva a equação diferencial não homogênea de segunda ordem para obter as equações que descrevem a posição e a velocidade da partícula em função do tempo. Considere as condições iniciais $y(0) = y_o$ e $y'(0)=v_o$.



Falling stone
$y'' = g = \text{const}$

8. Verificação de conceitos
    a. Escreva a forma geral de uma equação diferencial linear de segunda ordem homogênea com coeficientes constantes.
    b. Escreva a equação auxiliar.
    c. Como você utilizaria as raízes da equação auxiliar para resolver a equação diferencial. Escreva a forma da solução para cada um dos casos que podem ocorrer.
    d. O que é um problema de valor inicial para uma equação diferencial de segunda ordem?
    e. O que é um problema de valor de contorno para tal equação?
    f. Escreva a forma geral de uma equação diferencial linear de segunda ordem não homogênea com coeficientes constantes.
    g. O que é equação complementar? Como ela auxilia na resolução da equação diferencial?
    h. Discuta duas aplicações das equações diferenciais de segunda ordem.

[Stewart, J., Volume 2, Sétima edição, Revisão 17 (pg 1043)]

Professor Diogo Lôndero da Silva.